

プレストレッシングと曲げ断面剛性

永山ダム技術啓蒙研究所

永山 功

過日、ある講演で、河川管理施設等構造令（以下、構造令という）が謳う転倒安全性を満足するように、PS アンカーでプレストレスを加え、耐震補強を行った千本ダム^{*注1}（1918年竣工、島根県）の話をした。そのとき、PS アンカーはダムの耐震安全性にほとんど寄与しないと解説したところ、多くの受講者は戸惑いを感じたようだ。その理由を理解できなかったからである。

一般論として、ダム技術者は力学や数学が得意でない。昔、あるダム技術者が「四則演算が分かっているならば、重力式コンクリートダムの設計ができる」と言った逸話があるように、高校生レベルの力学と数学の知識さえあれば、マニュアルに沿って重力式コンクリートダム（以下、重力ダムという）の断面設計ができてしまう。

構造令が謳う転倒安全性は次式で与えられる^{*注2}。

$$\sigma_u \geq \frac{V}{ab} \left(1 - \frac{6M}{Vb} \right) \quad (1)$$

この式を一から誘導するには、それなりの力学と数学の知識が必要であるが、これを公式として覚えてしまうと、重力ダムの断面設計はいとも簡単である。しかし、式(1)を公式として使っている限り、PS アンカーが耐震安全性に寄与しない理由を理解することはできない。

式(1)を誘導するには、曲げ断面剛性 EI という力学概念が必要になる。曲げ断面剛性を使うと、中立軸から y だけ離れた位置での直ひずみ $\varepsilon(y)$ は

$$\varepsilon(y) = \frac{M}{EI} y \quad (2)$$

で求められる^{*注2}。さらにこれに弾性係数 E_c を乗じれば直応力 $\sigma(y)$ となるから、式(1)を誘導できる。なお、曲げ断面剛性は、曲げモーメント M と直応力 $\sigma(y)$ の釣り合い条件から、次式で与えられる^{*注2}。

$$EI = \int E_c a y^2 dy \quad (3)$$

ここで、PS アンカーを導入したときの曲げ断面剛性の変化を考えてみよう。PS アンカーの断面積を A_s 、ブロック幅 a あたりの設置本数を n とすると、PS アンカー導入後の断面剛性は次式で与えられる^{*注2,注3}。

$$EI^* = \int E_c a y^2 dy + (E_s - E_c) n A_s y_s^2 \quad (4)$$

ここで、式の積分部分を具体的に計算すると、

$$EI^* = \frac{E_c A_c b^2}{12} + (E_s - E_c) n A_s y_s^2 \quad (5)$$

となる。したがって、式(5)の右辺第1項と第2項の大きさを比較すれば、PS アンカーによってどれだけ曲げ断面剛性が増加したかが分かる。いま、第1項に対する第2項の比 k を計算すると、

$$k = \frac{3(2y_s)^2}{b^2} \frac{(E_s - E_c)}{E_c} \frac{n A_s}{A_c} \cong 27 \frac{n A_s}{A_c} \quad (6)$$

となる。27 という倍率がかかっているが、 $n A_s \ll A_c$ であるから、PS アンカーを導入しても曲げ断面剛性 EI はほとんど変化しない。したがって、式(2)より、PS アンカーを導入しても地震時のダムの変形量やひずみ量はほとんど変わらないことになる。故に、PS アンカーは初期応力（プレストレス）を与える以上に、何も効果をもたらさないということになる。

この解説で、“PS アンカーはダムの耐震安全性にほとんど寄与しない”という理由が理解できたであろうか。堤体の断面が不足して耐震性が低い場合には、やはり、堤体を増厚して曲げ断面剛性を高めなければならないのである。

ダム技術者は力学や数学が得意でないようであるが、少なくとも、本稿程度の力学と数学を駆使できる能力は持っていて欲しい。力学と数学に対する十分な知識を持っていないと、千本ダムにおける PS アンカーによる耐震補強のように、力学的に意味のない設計を平気で行ってしまう恐れがあるからである。

*注1：千本ダムは、構造令制定前に造られたダムで、構造令が謳う地震時の転倒安全性を満足しておらず、これを満足すべく PS アンカーによる耐震補強が行われた。

*注2： σ_u ：堤体底面上流端の直応力、 V ：堤体底面に作用する垂直力、 a ：堤体底面の左右岸方向長さ（ここではブロック幅 15 m を考える）、 b ：堤体底面の上下流方向長さ、 M ：堤体底面に作用する曲げモーメント（中立軸周り）、 E_c ：堤体の弾性係数、 E_s ：PS アンカーの弾性係数、 n ：PS アンカーの導入本数、 A_s ：PS アンカーの断面積、 y_s ：PS アンカーの導入位置（中立軸からの距離）、 A_c ：堤体底面の面積（ $= ab$ ）

*注3：PS アンカー導入後の中立軸の移動量は極めて微小であるから、ここではその移動量を考慮していない。